Министарство просвете и науке Републике Србије

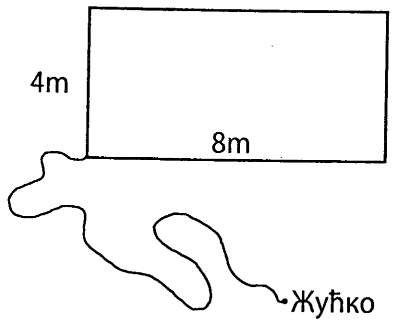
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

04.03.2012 – VIII РАЗРЕД

1. Дијагонала једне бочне стране правилне тростране призме је $8\sqrt{3}\text{cm}$. Израчунај површину и запремину призме ако је дијагонала бочне стране нагнута према равни основе под углом од 60°.

2. Пас Жућко је везан канапом дужине 12m за угао правоугаоне зграде чије су димензије 4m и 8m (види слику). Ако је зграда на равном терену, колика је површина по којој Жућко може да се креће?



3. Нека је O центар описаног круга једнакокраког троугла ABC ($AC = BC$) и нека су тачке D и E, редом, средишта основице AB и крака AC.
   а) Докажи да су троуглови ADC и OEC слични.
   б) Израчунај полупречник описаног круга тог троугла ако је основица $a = 12\text{cm}$ и крак $b = 10\text{cm}$.

4. Одреди број a тако да једначине

$$2ax - \frac{1}{3}x = a + 4 \quad \text{и} \quad -\frac{1}{4}(2x-1) = x - \frac{1+x}{2}$$

буду еквивалентне.

5. Колико има петоцифрених бројева чије су све цифре различите и исте парности?

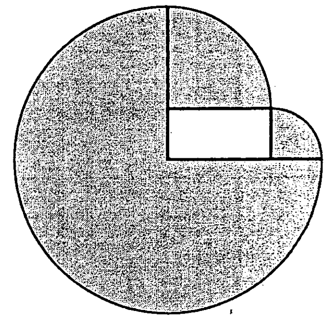
Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VIII РАЗРЕД

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

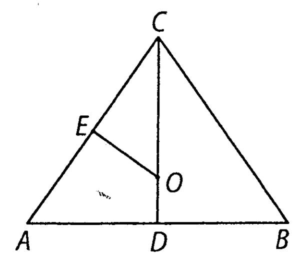
1. (МЛ45/2) $P = 168\sqrt{3}\text{cm}^2$ **(10 бодова)**, $V = 144\sqrt{3}\text{cm}^3$ **(10 бодова)**.

2. Пас може да се креће само по осенченом делу травњака који је састављен од три четвртине круга полупречника 12m, четвртине круга полупречника 8m и четвртине круга полупречника 4m. Дакле, тражена површина је



$$\frac{3}{4}\cdot(12\text{m})^2\pi + \frac{1}{4}\cdot(8\text{m})^2\pi + \frac{1}{4}\cdot(4\text{m})^2\pi =$$
$$= 128\pi\text{m}^2 \quad \text{(20 бодова).}$$

3. (МЛ46/1) а) Праве OD и OE су симетрале основице и крака па су углови CEO и CDA прави. Поред два једнака права угла, троуглови ADC и OEC имају једнаке и углове ACD и OCE, па су слични **(10 бодова)**.
   б) Применом Питагорине теореме на троугао ADC имамо да је $AC^2 = AD^2 + DC^2$, па је $DC = 8\text{cm}$. Како је E средиште странице AC, то је $CE = 5\text{cm}$. Из односа $AC : OC = CD : CE$, добијамо да је тражени полупречник $CO = 6{,}25\text{cm}$ **(10 бодова)**.



4. **(МЛ46/1)** Да би једначине биле еквивалентне морају имати исти скуп решења. Како је једино решење друге једначине $x = \frac{3}{4}$ **(10 бодова)** то заменом ове вредности за x у првој једначини добијамо $a = 8\frac{1}{2}$ **(10 бодова)**.

5. Нека су све цифре парне. Парне цифре су 0, 2, 4, 6 и 8. Ако је петоцифрени број облика $\overline{abcde}$ тада a може бити било која од цифара 2, 4, 6 и 8, за цифру b остају четири могућности, за цифру c три могућности, за цифру d две могућности и за цифру e једна, па укупно тражених бројева има $4\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1 = 96$ **(10 бодова)**. Ако су све цифре непарне, тражених бројева $5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1 = 120$ **(10 бодова)**. Дакле, укупно их има 216.