

Министарство просвете и науке Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
04.03.2012 - VII РАЗРЕД

1. а) Израчунај вредност израза

$$(-2\sqrt{3})^2 : \left(20 \cdot \left(\frac{\sqrt{5}}{5} \right)^2 - (-2)^2 \cdot \frac{(2\sqrt{2})^2}{2} \right);$$

б) Упрости израз: $-2\sqrt{72} \cdot (3\sqrt{24} - \sqrt{54}) \cdot (\sqrt{200} - \sqrt{48})$.

2. У правоуглом троуглу ABC (угао ACB је прав) $AB = 3$ и $AC = 1$. На дужи BC дата је тачка M , таква да је $CM = \frac{7\sqrt{2}}{4}$. Шта је веће BC или AM ?

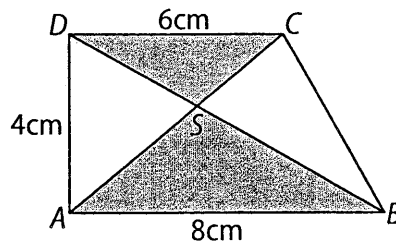
3. Одреди x ако је $8^8 + (4^4)^x = 2^{25}$.

4. Вера је замислила петоцифрени број A . Ратко је броју A дописао с десне стране цифру 1. Славољуб је броју A с леве стране дописао цифру 1. На овај начин Ратко је добио три пута већи број од Славољубовог. Који број је Вера замислила?

5. У правоуглом трапезу $ABCD$ дијагонале се секу у тачки S и $AB = 8\text{cm}$, $AD = 4\text{cm}$ и $CD = 6\text{cm}$ (види слику).

а) Докажи да троуглови ASD и BCS имају једнаке површине.

б) Одреди разлику површина троуглова ABS и CDS .



Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Изrada задатака траје 120 минута.

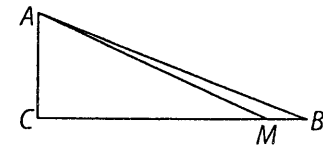
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VII РАЗРЕД

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

1. (МЛ45/1) а) -1 (10 бодова); б) $144 \cdot (6 - 5\sqrt{6})$ (10 бодова).

2. (МЛ46/3) Применом Питагорине теореме на троугао ABC је $CB^2 = 8$ (6 бодова). Применом Питагорине теореме на троугао ACM имамо $AM^2 = \frac{57}{8}$ (6 бодова). Како је $\frac{57}{8} < \frac{64}{8} = 8$, то је $AM^2 < CB^2$, па је и $AM < CB$ (8 бодова).



3. $8^8 = (2^3)^8 = 2^{24}$ (5 бодова), $(4^4)^x = 4^{4x} = (2^2)^{4x} = 2^{8x}$ (5 бодова). Сада имамо $2^{24} + 2^{8x} = 2^{25}$, па је $2^{8x} = 2^{25} - 2^{24} = 2^{24}(2 - 1) = 2^{24}$. Дакле, $2^{8x} = 2^{24}$ (5 бодова) па је $8x = 24$, тј. $x = 3$ (5 бодова).

4. Ратков број је $\overline{A1}$, а Славољубов $\overline{1A}$ и важи $\overline{A1} = 3 \cdot \overline{1A}$. Како је број A петоцифрени, имамо да је $10A + 1 = 3 \cdot (100000 + A)$ (15 бодова), а после сређивања добијамо $7A = 299999$, па је Вера замислила број 42857 (5 бодова).

5. а) Троуглови ABD и ABC имају заједнички страницу (AB) и једнаке висине (AD) па имају и једнаке површине. Сада имамо $P_{ASD} = P_{ABD} - P_{ABS} = P_{ABC} - P_{ABS} = P_{BCS}$ (10 бодова).

б) Површина троугла ABD је 16cm^2 , а троугла ACS је 12cm^2 . Како је $P_{ABD} = P_{ABS} + P_{ASD}$ и $P_{ACD} = P_{CDS} + P_{ASD}$ имамо

$$P_{ABD} - P_{ACD} = (P_{ABS} + P_{ASD}) - (P_{CDS} + P_{ASD}) = P_{ABS} - P_{CDS}$$

па је $P_{ABS} - P_{CDS} = 4\text{cm}^2$ (10 бодова).