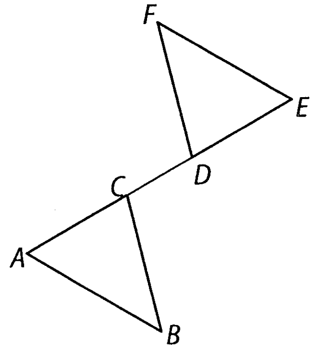
Министарство просвете и науке Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
04.03.2012

VI РАЗРЕД



1. Ако је $AB = EF$, $AB \parallel EF$ и $AD = CE$ (на слици) докажи да је $FD = BC$.

2. Производ 7 различитих целих бројева је 252. О којим бројевима је реч?

3. У троуглу ABC ($\measuredangle C = 90°$), тачка D је на страници BC таква да су троуглови CDA и ADB једнакокраки. Одреди углове троугла ABC.

4. На тезги су биле крушке, јабуке, бресква и банане. Укупно је било више од 50, а мање од 100 комада воћа. Број крушака и јабука је исти, а заједно чине трећину укупног броја воћа. Од преосталог воћа $\frac{5}{7}$ нису банане. Колико комада јабука и банана је заједно било на тезги?

5. Реши једначину $|ab| + p = 53$ у скупу целих бројева, ако је p прост, а a и b су непарни бројеви.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

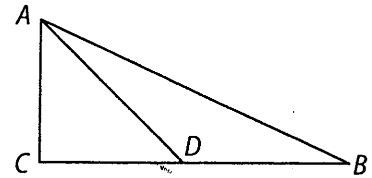
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VI РАЗРЕД

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

1. **(МЛ45/2)** Како је $AC = AD - CD = CE - CD = ED$ (**5 бодова**) и $\measuredangle CAB = \measuredangle DEF$ као углови са паралелним крацима, имамо да је
$$\left.\begin{array}{l} AB = EF \\ \measuredangle CAB = \measuredangle DEF \\ AC = ED \end{array}\right\} \overset{СУС}{\Rightarrow} \Delta ABC \cong \Delta EFD \Rightarrow FD = BC$$ (**15 бодова**).

2. **(МЛ45/3)** $252 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$ (**5 бодова**). Како се 252 може раставити на највише 5 простих чинилаца, од којих можемо добити највише 5 различитих целих бројева, закључујемо да 1 и -1 (**5 бодова**) морају бити чиниоци броја 252. Дакле, тражени бројеви су 1, -1, 2, -2, 3, -3 и -7 (**10 бодова**) јер је потребан паран број негативних чинилаца.

3. ΔADC је једнакокрако-правоугли па је $\measuredangle CDA = 45°$. ΔABD је једнакокрак па је $\measuredangle DAB = \measuredangle DBA$. Како је $\measuredangle CDA = \measuredangle DAB + \measuredangle DBA$, то је $\measuredangle DBA = 22° 30'$, па су углови троугла $90°$, $22° 30'$ и $67° 30'$ (**20 бодова**).



4. Претпоставимо да је било x комада воћа. Тада је број крушака и јабука $\frac{1}{3}x$, а само јабука $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}x = \frac{1}{6}x$ (**5 бодова**). Брескви и банана је било $\frac{2}{3}x$, а само банана $\frac{2}{7}\cdot\frac{2}{3}x = \frac{4}{21}x$ (**5 бодова**). Сада је број јабука и банана $\frac{1}{6}x + \frac{4}{21}x = \frac{15}{42}x$ (**5 бодова**). Како је број воћа цео и између 50 и 100, закључујемо да је укупно комада воћа било 84, а јабука и банана 30 (**5 бодова**).

5. **(МЛ44/2)** У датој једначини $|ab| + p = 53$, a и b су непарни бројеви (производ два непарна броја је увек непаран број) па p мора бити 2 (**2 бода**), па је $|ab| = 51$ (**2 бода**). Знамо да је $51 = 1 \cdot 51 = 3 \cdot 17$. Пошто нам треба апсолутна вредност производа бројева a и b, производ датих бројева може бити и негативан. Сва решења су:

a	1	−1	1	−1	51	−51	51	−51	3	−3	3	−3	17	−17	17	−17
b	51	51	−51	−51	1	1	−1	−1	17	17	−17	−17	3	3	−3	−3

Свако решење бодовати са **једним бодом**.