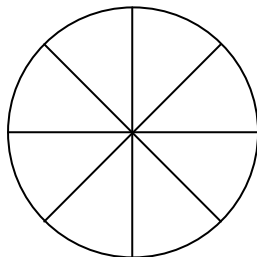


Министарство просвете и науке Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
08.05.2011.

VI РАЗРЕД

1. Испред и иза броја 357 допиши цифре 3, 5 и 7, тако да нови шестоцифрени број буде дељив истовремено са 3, 5 и 7.
2. Спољашњи углови троугла су 20%, 35% и 45% збира спољашњих углова. Одреди угао између симетрале најмањег угла и најкраће странице.
3. Круг је подељен на осам исечака (види слику). У сваки исечак упиши различите троцифрене броје који се записује само цифрама 1 и 2, тако да се записи два броја у суседним исечцима (са заједничким полупречником) разликују само у једној цифри (разлика тих бројева је 1, 10 или 100).



4. Колико најмање сабирака може да буде са леве стране једнакости
 $BROJ + BROJ + \dots + BROJ = AAAAAA$,
а да она при томе буде тачна (различита слова представљају различите, а иста слова исте цифре)?
5. Конструирај четвороугао $ABCD$ ако је
 $AB = 5\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$, $CD = 7\text{cm}$, $DA = 3\text{cm}$ и $\sphericalangle BAC = \sphericalangle DAC$.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 180 минута.

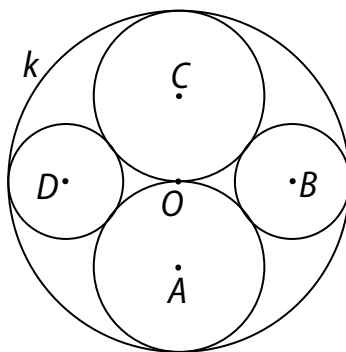
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

Министарство просвете и науке Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
08.05.2011.

VII РАЗРЕД

1. На квадрату је уочено 9 тачака: 4 тачке су темена квадрата, 4 тачке су средишта страница и једна тачка је пресек дијагонала квадрата. Колико троуглова је одређено са ових 9 тачака?
2. Одреди целе бројеве x и y такве да је
$$x^2y = y^3 + 10.$$
3. У кружницу $k(O, r)$ уписане су две веће кружнице која се додирују у тачки O и додирују кружницу k и две мање кружнице које додирују две веће кружнице и кружницу k (види слику). Одреди површину четвороугла $ABCD$ чија су темена центри уписаних кружница.



4. У спољашњости једнакостраничног троугла ABC дата је тачка M , таква да је $\sphericalangle CMA = 30^\circ$ и $\sphericalangle BMA = 45^\circ$. Одреди величину угла ABM .
5. Да ли постоји природан број n такав да важи
$$(1020^n - 1) \mid (2010^n - 1)?$$

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 180 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

Министарство просвете и науке Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
08.05.2011.

VIII РАЗРЕД

1. За које x израз $x(x + 2)(x + 4)(x + 6)$ има најмању вредност? Образложи одговор.
2. Пресек коцке и равни је петоугао. Докажи да је површина тог петоугла мања од производа две његове најдуже странице.
3. Докажи да не постоје цели бројеви x , y и z такви да је
$$x^4 + y^4 = z^4 + 3.$$
4. Јанко је уочио скуп свих 2011-цифрених природних бројева који се записују помоћу две тројке, једне двојке, а остале цифре су јединице. Колико у том скупу има бројева који су дељиви са 99?
5. Дат је круг K_1 . Тетиве AM и BN тог круга секу се у тачки P . Нека је O средина лука MN . Ако је $ON = OP = OM$, докажи да је P ортоцентар троугла ABO .

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 180 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.