

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

10.03.2007.

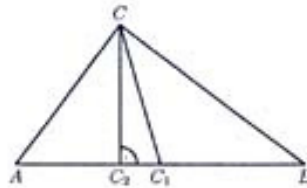
7. РАЗРЕД

1. Израчунати вредност израза $\sqrt{(\sqrt{5} - 5)^2} - (\sqrt{5} - 5)$.
2. У правоуглом троуглу ABC дужине катета AC и BC су редом 30 *cm* и 40 *cm*. Ако је C_1 средиште хипотенузе, а C_2 подножје хипотенузине висине, израчунати дужину дужи C_1C_2 .
3. Дужине страница AB и BC правоугаоника $ABCD$ су редом 5 *cm* и 3 *cm*. Пресек праве која садржи тачке B и C и симетрале угла BAD је тачка M , а пресек праве која садржи тачке A и D и симетрале угла BCD је тачка N . Израчунати површину четвороугла $ANCM$.
4. Одредити најмањи природан број који је дељив са 15, а свака цифра му је 0 или 4.
5. Одредити најмањи природан број који се може добити кад се у изразу $1 * 2 * 3 * \dots * 2005 * 2006$ свака звездица замени са $+$ или $-$.

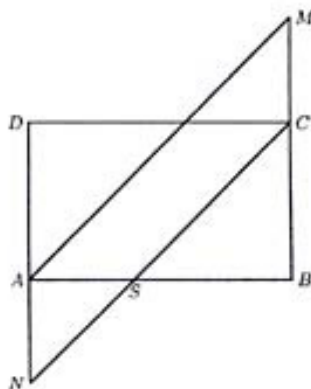
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА:

1. (МЛ 1, год. 2005/6, стр. 21, зад. 10) $\sqrt{(\sqrt{5}-5)^2} - (\sqrt{5}-5) = |\sqrt{5}-5| - (\sqrt{5}-5) = 5 - \sqrt{5} - \sqrt{5} + 5 = 10 - 2\sqrt{5}$. (20 бодова)

2. Примењујући Питагорину теорему на правоугли троугао ABC добијамо да је $AB^2 = AC^2 + BC^2$, па је дужина хипотенузе AB једнака 50 cm . (2 бода) Дужина тежишне дужи која одговара хипотенузи једнака је половини дужине хипотенузе, па је дужина дужи CC_1 једнака 25 cm . (6 бодова) Површина правоуглог троугла једнака је половини производа дужина катета, односно половини производа дужина хипотенузе и одговарајуће висине. Одавде добијамо да је дужина дужи CC_2 једнака $\frac{30 \cdot 40}{50}\text{ cm}$, тј. 24 cm . (6 бодова) Коначно, примењујући Питагорину теорему на правоугли троугао C_1CC_2 добијамо да је $C_1C_2^2 = C_1C^2 - CC_2^2$, па је дужина дужи C_1C_2 једнака 7 cm . (6 бодова)



3. Нека је тачка S пресек дужи AB и CN . Како је $\angle BCS = 45^\circ$, а троуглови BCS и ANS су правоугли, то је $\angle CSB = 45^\circ$ и $\angle ASN = \angle ANS = 45^\circ$. Следи да су троуглови BCS и ANS и једнакокраки,



па је $BS = BC = 3\text{ cm}$, а $AN = AS = 2\text{ cm}$. (6 бодова) Како је и $\angle BAM = 45^\circ$, он је једнак са $\angle BSC$, па је $NC \parallel AM$. Такође је $NA \parallel CM$, па је четвороугао $ANCM$ паралелограм. (8 бодова) Његова површина је производ дужина стране AN и одговарајуће висине AB , те је према томе једнака 10 cm^2 . (6 бодова)

4. Број је дељив са 15 ако је дељив и са 5 и са 3. Да би био дељив са 5, тражени број се мора завршавати нулом, (5 бодова) а да би био дељив са 3, збир цифара му мора бити дељив са 3. Због тога се у декадном запису тог броја мора појавити тачно k четворки, где је k број дељив са 3. Како тражимо најмањи природан број са задатом особином, то је $k = 3$. (10 бодова) Тражени број је 4440. (5 бодова)

5. (МЛ 1, год. 2006/7, стр. 40, зад. 235) Најмањи природан број који се може добити је 1, на пример на следећи начин: $(1 - 2 - 3 + 4) + (5 - 6 - 7 + 8) + \dots + (2001 - 2002 - 2003 + 2004) - 2005 + 2006$. (20 бодова)