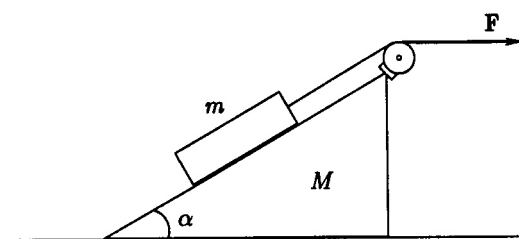


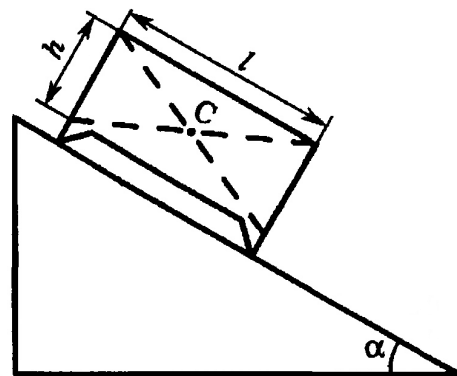
1. Мала челична коцка је помоћу танке неистегљиве нити обешена са доње стране о већу коцку. Већа коцка плива на води тако да се само $1/3$ њене запремине налази у води. Густина веће коцке је $\rho_0 = 300 \text{ kg/m}^3$, а дужина њене ивице $a = 10 \text{ cm}$. Колика је запремина челичне коцке? Густина воде је $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$, а челика $\rho_c = 7900 \text{ kg/m}^3$.

2. Тело је бачено вертикално увис почетном брзином $v_0 = 10 \text{ m/s}$. Када је достигло максималну висину, из исте почетне тачке, истом почетном брзином, бачено је друго тело вертикално увис. На којој ће се висини тела срести?

3. Клин масе $M = 5 \text{ kg}$ нагибног угла $\alpha = 30^\circ$ може да се помера по глаткој хоризонталној равни. На клину се налази тело масе $m = 2 \text{ kg}$ које вуче сила $F = 50 \text{ N}$ у хоризонталном правцу (слика), да би тело клизило дуж нагнуте стране клина. Одредити убрзања клина и тела у односу на непокретни систем. Занемарити трење, масе нити и катура. У почетном тренутку систем мирује.



4. Бициклиста се креће праволинијски низбрдицом, равномерно убрзано, убрзањем $a = 5 \text{ m/s}^2$. Истим путем узбрдо, креће се камион константном брзином $v_k = 12 \text{ m/s}$. У тренутку мимоилажења, бициклиста има брзину $v_b = 8 \text{ m/s}$. Након $t = 8 \text{ s}$ од тренутка мимоилажења, бициклиста чује експлозију гуме на камиону. Одредити удаљености камиона и бициклисте у односу на место мимоилажења, у тренутку када се експлозија гуме догоди (не у тренутку када бициклиста чује експлозију!). Брзина звука у ваздуху износи $v_z = 331 \text{ m/s}$.



5. Ормарић са малим ногарама стоји на косој равни нагибног угла $\alpha = 30^\circ$ као на слици. Маса ормара је $m = 20 \text{ kg}$, а центар масе се поклапа са геометријским центром, при чему је $h/l = 0,5$. Одредити нормалне силе којима леве и десне ногаре врше притисак на косу раван.

Сваки задатак носи 20 поена. За убрзање Земљине теже узети $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Задатке припремио: др Иван Манчев, ПМФ Ниш

Рецензент: др Драган Гајић, ПМФ Ниш

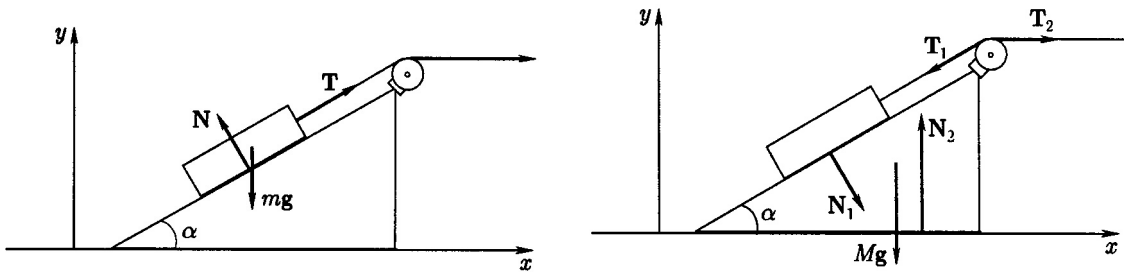
Председник комисије: др Надежда Новаковић, ПМФ Ниш

Свим такмичарима желимо успешан рад!

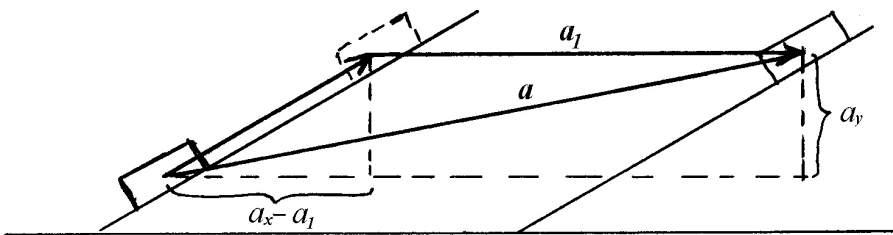
1. Сила којом челична коцка вуче наниже преко нити велику коцку је $F_1 = m_c g - \rho_v g V_c = (\rho_c - \rho_v) g V_c$.
Услов равнотеже сила веће коцке је $mg + F_1 = \rho_v g V_1$, при чему је $m = \rho_0 V$, $V_1 = V/3$. Како је $V = a^3$, на основу претходних једначина добијамо $V_c = a^3 \frac{\rho_v - 3\rho_0}{3(\rho_c - \rho_v)} = 4,83 \text{ cm}^3$.

2. Максимална висина је $h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}$. Ако меримо време од момента бацања другог тела, једначине кретања тела су $h_1 = h_{\max} - gt^2/2$, $h_2 = v_0 t - gt^2/2$. Изједначавајући $h_1 = h_2 = h$ (у моменту сусрета), добијамо $t = h_{\max} / v_0$, $h = (3/8)v_0^2 / g = 3h_{\max} / 4 = 3,75 \text{ m}$.

3. На сликама приказане су силе које делују на тело и на клин. При томе је $N_1 = -N$.



Захваљујући занемаривању маса котура и нити као и трења у котуру можемо да пишемо $T = T_1 = T_2 \equiv F$.
Једначине кретања тела дуж x и y осе су $F\sqrt{3}/2 - N/2 = ma_x$, $F/2 + N\sqrt{3}/2 - mg = ma_y$, а једначина кретања клина је $F - F\sqrt{3}/2 + N/2 = Ma_1$. Имамо три једначине а четири непознате (a_x, a_y, a_1, N); још једну везу можемо да успоставимо на основу слике $a_y = (a_x - a_1)/\sqrt{3}$.



Решавањем система једначина добијамо тражена убрзања $a_1 = \frac{F(1 - \sqrt{3}/2) + mg\sqrt{3}/4}{M + m/4} = 2,79 \text{ m/s}^2$,

$$a_x = \frac{F(m/4 + M\sqrt{3}/2) - mMg\sqrt{3}/4}{m(M + m/4)} = 18,02 \text{ m/s}^2, \quad a_y = \frac{F[M + m(1 - \sqrt{3}/2)] - mg(M + m)/2}{2m(M + m/4)} = 8,78 \text{ m/s}^2,$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 20,04 \text{ m/s}^2.$$

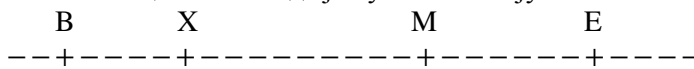
4. Нека је тачка:

M - где се мимоилажење десило

E - где се десила експлозија гуме

X - где се налазио бициклиста када се експлозија десила

B - где се налазио бициклиста када је чуо експлозију.



Онда можемо да пишемо $\overline{MB} = v_b t + at^2 / 2$. Ако се експлозија гуме догоди након времена Δt од тренутка мимоилажења, онда је камион прешао $\overline{ME} = v_k \Delta t$, а бициклиста $\overline{MX} = v_b \Delta t + a\Delta t^2 / 2$. Звук је прешао пут $\overline{EB} = \overline{ME} + \overline{MB}$ за време $t - \Delta t$, односно, $v_z(t - \Delta t) = v_k \Delta t + v_b t + at^2 / 2$, а одатле налазимо $\Delta t = (v_z t - v_b t - at^2 / 2) / (v_z + v_k) \approx 7,07s$. Сада можемо да одредимо тражена растојања $\overline{MX} = 181,5m$ и $\overline{ME} = 84,8m$.

5. Запишимо услове равнотеже сила пројектованих на координатне осе $mg/2 - F_{t1} - F_{t2} = 0$, $N_1 + N_2 - mg\sqrt{3}/2 = 0$ а такође и алгебарска сума момената у односу на центар масе $N_1 l/2 - N_2 l/2 - (F_{t1} + F_{t2})h/2 = 0$. Решавањем добијеног система налазимо $N_1 = mg(\sqrt{3} + h/l)/4 = 111,6N$, $N_2 = mg(\sqrt{3} - h/l)/4 = 61,6N$.

