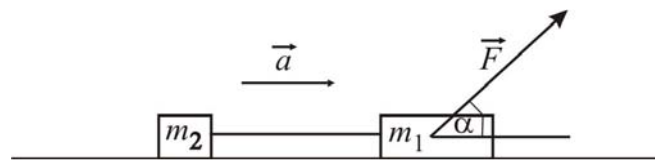


1. Два тела, чије су масе $m_1 = 2 \text{ kg}$ и $m_2 = 1 \text{ kg}$, повезана су лаким неистегљивим концем и налазе се на хоризонталној подлози. На прво тело почне да делује сила F под углом $\alpha = 45^\circ$ у односу на хоризонталну подлогу.

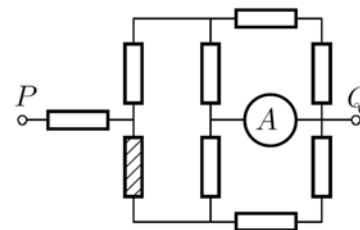


Ако је коефицијент трења између оба тела и подлоге $\mu = 0.2$ и убрзање система $a = 2 \text{ m/s}^2$ нађите силу F . Узети да је $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. (15 поена)

2. Два мала тела леже на хоризонталној подлози и повезана су једно за друго помоћу нити дужине $l = 10 \text{ cm}$. Наелектрисање сваког тела је $q = 2 \mu\text{C}$, а маса свакога је $m = 10 \text{ g}$. Нит се прекине и тела почињу да клизе по подлози. Колику највећу брзину стичу тела, ако је коефицијент трења $\mu = 0.1$.

Узети да је $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$? (15 поена)

3. У колу на слици, амперметар A показује јачину струје од $I_1 = 32 \text{ mA}$. Сви отпорници у колу су једнаки. Израчунати јачину струје I_x кроз амперметар уколико прегори осенчени отпорник. Напон између тачака P и Q је константан. Унутрашњи отпор амперметра је занемарљив. (20 поена)



4. Када се у спољашњем делу кола развија снага од $P_1 = 18 \text{ W}$, коефицијент корисног дејства извора износи $\eta_1 = 64\%$. При промени отпора спољашњег кола, коефицијент корисног дејства је постао $\eta_2 = 36\%$. Колика се снага у том случају издваја унутар извора? (20 поена)

5. Снимане су карактеристике школског трансформатора за демонстрационе огледе. Он се састоји од гвозденог језгра и два калема, примарног и секундарног који садрже одређене бројеве навојака. Најпре је примарни калем прикључен на извор једносмерног напона и мерена је зависност јачине струје ($I_p[A]=$) кроз примарни калем од напона на њему ($U_p[V]=$). Друго мерење је извршено тако што је на примарни калем трансформатора прикључен извор наизменичне струје и мерена је зависност напона на секундарном калему ($U_s[V]\sim$) од напона на примарном калему ($U_p[V]\sim$). У оба случаја никакав потрошач није био прикључен на секундарни калем. Резултати су дати у табели:

$U_p[V]=$	0.3	0.57	0.81	1.15	1.51	1.88	2.14	2.50
$I_p[A]=$	0.12	0.22	0.32	0.45	0.59	0.74	0.84	0.98
$U_p[V]\sim$	10.2	12.06	14.12	16.0	18.10	20.05	22.06	24.11
$U_s[V]\sim$	18.5	22	25.95	29.53	33.56	37.32	41	44.8

Задаци:

а) Помоћу одговарајућих графика одредити вредност омског отпора примарног калема и однос броја навојака примарног и секундарног калема. Коришћени извори напајања су идеални.

б) Проценити дужину и масу бакарне жице употребљене за израду примарног калема. Пречник жице износи 1 mm . Специфична отпорност бакра износи $\rho = 1.7 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$, а густина бакра је $\rho_{Cu} = 8.9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

(30 поена)



Напомена: Сва решења детаљно објаснити!

Задатке припремио: др Срђан Ракић

Рецензент: др Маја Стојановић

Председник комисије: др Надежда Новаковић

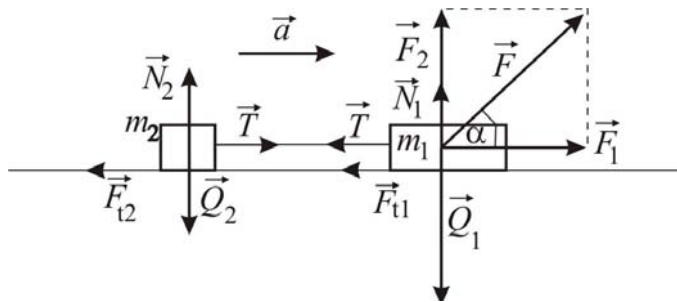
Свим такмичарима желимо успешан рад!

VIII
РАЗРЕД

Решења задатака за VIII разред

РЕПУБЛИЧКИ НИВО
24.04.2010.

1. Разложићемо силу \vec{F} на две компоненте, \vec{F}_1 и \vec{F}_2 . Компонента \vec{F}_2 умањује дејство силе теже $m_1 g$, тако да је у случају првог тела резултујућа нормална сила којом тело делује на подлогу: $N_1 = m_1 g - F_2$ (1п). Сила трења између подлоге и првог тела је $F_{t1} = \mu(m_1 g - F_2)$ (1п), док је друга сила



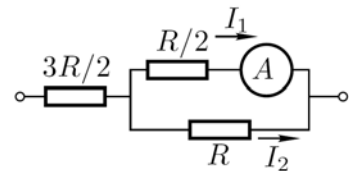
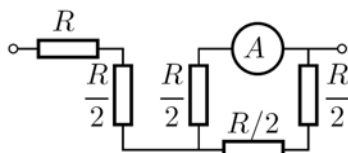
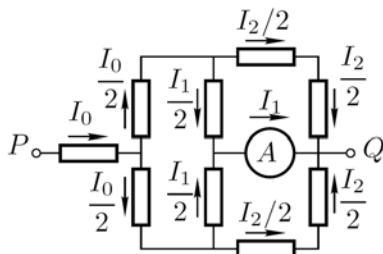
трења $F_{t2} = \mu m_2 g$ (1п). Компоненте F_1 и F_2 су исте и износе $F_1 = F_2 = F \frac{\sqrt{2}}{2}$ (2п). Примењујући други Њутнов закон на свако тело: $m_1 a = F_1 - T - F_{t1}$ (2п) и $m_2 a = T - F_{t2}$ (2п). Сабирањем ових једначина добијамо: $a(m_1 + m_2) = F_1 - F_{t1} - F_{t2}$ (2п). Уврштавањем израза за одговарајуће силе трења и компоненте F_1 и F_2 , након сређивања добија се: $F = \sqrt{2} \frac{(m_1 + m_2)(a + \mu g)}{1 + \mu}$ (3п). Заменом бројних вредности $F = 14.1 \text{ N}$ (1п).

2. Пошто тела почињу да клизе по подлози, значи да је у почетном тренутку Кулонова одбојна сила већа од силе трења, па се тела крећу убрзано и повећава им се брзина. То повећање брзине ће трајати док се не изједначе по интензитету Кулонова сила и сила трења, брзина тела је у том тренутку највећа, а након тога тела почињу да се крећу успорено. Нека је равнотежа сила наступила када су тела једно од другог на растојању x . На основу једнакости сила имамо $\mu mg = k \frac{q^2}{x^2}$ (5п), а на основу закона одржања енергије

слиеди $E_{\text{kin}} = E_{\text{pot1}} - E_{\text{pot2}} - A_{\text{tr}} \Rightarrow 2m \frac{v^2}{2} = kq^2 \frac{1}{l} - kq^2 \frac{1}{x} - \mu mg(x-l)$ (5п). Након елиминације x , добија се вредност највеће брзине као $v_{\text{max}} = \sqrt{\left(\mu gl + k \frac{q^2}{ml} - 2q \sqrt{k \frac{\mu g}{m}} \right)}$ (4п). Замена бројних вредности даје

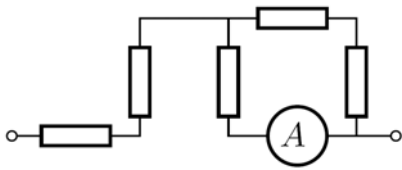
$v_{\text{max}} = 5.7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (1п).

3. Нека струја тече од тачке P ка тачки Q . Ако се узме у обзир симетрија кола тада се у првом случају (пре прегоривања отпорника) коло своди на:



Јачина струје I_2 је два пута мања од јачине струје I_1 . Укупна јачина струје износи $\frac{3}{2} I_1$, а укупни отпор кола је $R_0 = \frac{3}{2} R + \frac{1}{3} R = \frac{11}{6} R$, тако да је напон између тачака P и Q $U = I_0 R_0 = \frac{3}{2} I_1 \cdot \frac{11}{6} R = \frac{11}{4} I_1 R$. (10 п).

Ако прегори наведени отпорник, тада кроз доњи део кола не тече струја, па се коло своди на:



Укупни отпор кола сада износи $R'_0 = 2R + \frac{2}{3}R = \frac{8}{3}R$, а укупна

јачина струје је $I'_0 = \frac{U}{R'_0} = \frac{11}{4}I_1R \cdot \frac{3}{8R} = \frac{33}{32}I_1$. Јачина струје кроз

амперметар је два пута већа него кроз горњу грану отпора $2R$, те је $I_x = \frac{2}{3}I'_0 = \frac{22}{32}I_1 = 22 \text{ mA}$ (10 п).

4. Нека у првом случају кроз коло тече струја јачине I_1 , а у другом случају I_2 . Ако са \mathcal{E} означимо електромоторну силу извора, а са r његов унутрашњи отпор, онда можемо написати у првом случају

$\eta_1 = \frac{P_1}{\mathcal{E} \cdot I_1}$ (1п), а у другом $\eta_2 = \frac{P_2}{\mathcal{E} \cdot I_2}$ (1п). Однос коефицијената корисног дејства даје

$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{P_1 \cdot I_2}{P_2 \cdot I_1} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{P_1 \cdot \eta_2}{P_2 \cdot \eta_1}$ (1п). Све ово се може написати и као $\eta_1 = \frac{\mathcal{E} \cdot I_1 - r \cdot I_1^2}{\mathcal{E} \cdot I_1} = 1 - r \cdot \frac{I_1}{\mathcal{E}}$ (2п) и

$\eta_2 = \frac{\mathcal{E} \cdot I_2 - r \cdot I_2^2}{\mathcal{E} \cdot I_2} = 1 - r \cdot \frac{I_2}{\mathcal{E}}$ (2п). Онда је $1 - \eta_1 = r \cdot \frac{I_1}{\mathcal{E}}$ и $1 - \eta_2 = r \cdot \frac{I_2}{\mathcal{E}}$ (2п+2п). Дељењем ова два

израза добија се однос $\frac{I_1}{I_2} = \frac{1 - \eta_1}{1 - \eta_2}$ (2п). Изједначавањем израза за однос $\frac{I_1}{I_2}$, и уврштавањем бројних

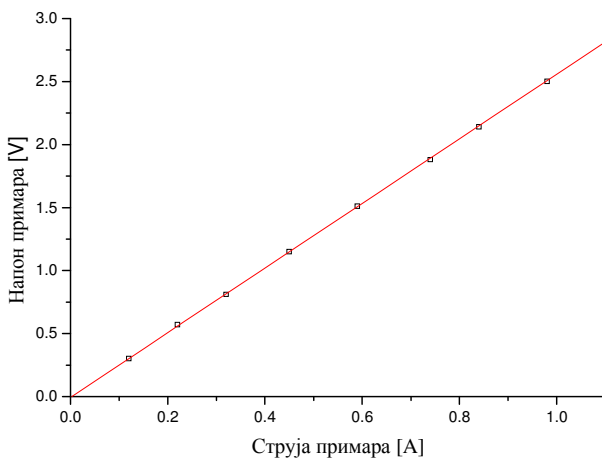
вредности добија се $\frac{P_1}{P_2} = \frac{(1 - \eta_1) \cdot \eta_1}{(1 - \eta_2) \cdot \eta_2} = 1$ (4п). Дакле, снага у спољашњем делу кола је једнака у оба

случаја. Сада се лако израчунава снага ослобођена у извору у другом случају као

$P_i = \mathcal{E} \cdot I_2 - P_2 = P_2 \cdot \left(\frac{\mathcal{E} \cdot I_2}{P_2} - 1 \right) = P_2 \cdot \left(\frac{1}{\eta_2} - 1 \right)$ (2п). Заменом бројних вредности добија се

$P_i = 32 \text{ W}$ (1п).

5. На основу дате табеле нацртани су графици одговарајућих зависности:

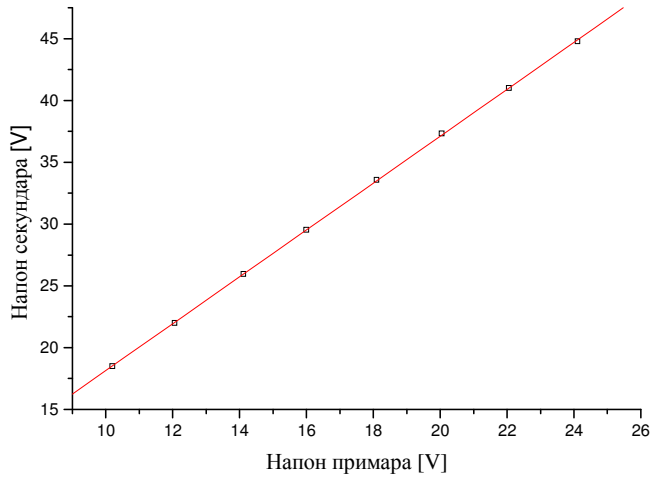


Помоћу графика се добија омски отпор

примарног калема као $R_p = \frac{\Delta U_p}{\Delta I_p}$, а

бројна вредност износи 2.55Ω . (8п+2п)

ОЦ МРЧАЈЕВЦА



Помоћу графика се добија преносни однос трансформатора тј. однос броја навојака секундарног и примарног калема и он износи $n = \frac{\Delta U_s}{\Delta U_p}$, а бројна вредност је 1.89. (8п+2п)

б) На основу израчунатог омског отпора бакарне жице, може се израчунати њена дужина:

$R = \rho \frac{l}{S} \Rightarrow l = \frac{R \cdot S}{\rho}$. Бројна вредност износи $l = 117.8$ m (6п). Масу употребљеног бакра добијамо

као $m = \rho_{Cu} \cdot V = \rho_{Cu} \cdot S \cdot l$ (3п). Замена бројних вредности даје $m = 0.82$ kg (1п).