

1. Два тела се крећу, једно за другим по правој линији, брзинама $v_1 = 1\text{m/s}$ и $v_2 = 2\text{m/s}$. Почетно растојање између њих је било $\ell = 12\text{m}$. Оба тела су почела кретање истовремено у истом смеру. Одредити време после кога ће се тела сусетићи. Колико времена након сусетицања ће њихово растојање бити $\ell_1 = 20\text{m}$?
2. Аутомобилиста и бициклиста кренули су истовремено из два града удаљена $\ell = 180\text{km}$ један другом у сусрет. Срели су се после $t = 3\text{h}$. Брзина аутомобилисте је 4 пута већа од брзине бициклисте. Израчунати њихове брзине и пређене путеве. (МФ76.6.1)
3. Моторни чамац прелази растојање између два места на обали реке, крећући се низводно за време $t_1 = 1\text{h}$, а сплав (пловило без мотора), тај исти пут пређе за $t_2 = 4\text{h}$. Колико времена је потребно моторном чамцу да ово растојање пређе крећући се узводно?
4. Да ли је потребно исто време да моторни чамац оде из места А у Б и врати се назад, по реци као по језеру? Брзина чамца у односу на воду је $v = 8\text{km/h}$, брзина воде је $u = 2\text{km/h}$, а растојање од А до Б је $s = 12\text{km}$.
5. Мотоцикл је половину пута прешао брзином $v_1 = 50\text{km/h}$. На преосталом делу пута, половину времена се кретао брзином $v_2 = 25\text{km/h}$, а другу половину времена брзином $v_3 = 35\text{km/h}$. Колика је средња брзина мотоцикла на целом путу?

Сваки задатак носи 20 поена

Задатке припремио: др Мирослав Николић
Рецензент: др Надежда Новаковић
Председник комисије: др Надежда Новаковић

Свим такмичарима желимо успешан рад!

1. Кретање до сустизања описано је релацијом $v_1 t + \ell = v_2 t$ [4], из које налазимо тражено време $t = \frac{\ell}{v_2 - v_1}$ [4]. Замена бројних вредности даје $t = 12\text{s}$ [2]. Да би одредили тражено време за задато растојање после сустизања, пишемо релацију $v_2 t_1 = v_1 t_1 + \ell_1$ [4]. Одавде налазимо $t_1 = \frac{\ell_1}{v_2 - v_1}$ [4], односно $t_1 = 20\text{s}$ [2].
2. Растојање може да се напише као $\ell = v_1 t + 4v_1 t = 5v_1 t$ [4], јер је $v_2 = 4v_1$. Лако налазимо брзине $v_1 = \frac{\ell}{5t} = 12\text{km/h}$ [4] и $v_2 = 4v_1 = 48\text{km/h}$ [4]. Пређени путеви су $s_1 = v_1 t = 36\text{km}$ [4] и $s_2 = v_2 t = 144\text{km}$ [4].
3. Из релација $t_1 = \frac{s}{u+v}$ [2] и $t_2 = \frac{s}{u}$ [2] пишемо $t_1(u+v) = t_2 u$ [4], што сређивањем даје $v = 3u$ [6]. Тражено време је $t_3 = \frac{s}{v-u} = \frac{s}{2u}$ [4] а ако ово упоредимо са $t_2 = \frac{s}{u}$, добијамо да је $t_3 = 2t_2 = 2\text{h}$ [2].
4. За кретање по језеру од А до Б и назад важи релација $t = \frac{2s}{v}$ [4], што даје $t = 3\text{h} = 180\text{min}$ [4]. За кретање по реци важи релација $t_1 + t_2 = \frac{s}{v-u} + \frac{s}{v+u}$ [6]. Замена бројних вредности даје $t_1 + t_2 = 1,2\text{h} + 2\text{h} = 3,2\text{h} = 192\text{min}$ [4]. Дакле, на реци је потребно више времена него на језеру [2]. Време које се изгуби при кретању узводно, не може да се надокнади кретањем низводно.
5. По дефиницији средња брзина је укупни пут подељен укупним временом $v_{sr} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3}$. Према услову задатка имамо $s_1 = \frac{s}{2}$ и $s_2 + s_3 = \frac{s}{2}$. На основу релација $t_2 = t_3$, односно $\frac{s_2}{v_2} = \frac{s_3}{v_3}$ [2] и $s_2 + s_3 = \frac{s}{2}$ налазимо $s_2 = \frac{sv_2}{2(v_2 + v_3)}$ [4] и $s_3 = \frac{sv_3}{2(v_2 + v_3)}$ [4]. Израз за средњу брзину можемо да напишемо као $v_{sr} = \frac{s}{\frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2(v_2 + v_3)} + \frac{s}{2(v_2 + v_3)}}$ [4]. Сређивањем овог израза добијамо $v_{sr} = \frac{2v_1(v_2 + v_3)}{2v_1 + v_2 + v_3}$ [4]. Замена бројних вредности даје $v_{sr} = 37,5\text{km/h}$ [2].

Комисији желимо срећан рад и пријатан дан!