

1. Три једнака позитивна тачкаста наелектрисања $q_1 = q_2 = q_3 = 1 \text{ nC}$, налазе се у теменима једнакостраничног троугла. Колико негативно тачкасто наелектрисање треба поставити у тежиште троугла да би се успоставила равнотежа између привлачних и одбојних сила које делују на наелектрисања у том систему? (20 поена)
2. Две проводне куглице једнаких пречника и густина окачене су у заједничкој тачки на непроводним нитима дужина $l = 0.1 \text{ m}$. Куглице се додирују. Затим се куглицама доведе укупно наелектрисање од $q = 100 \text{ nC}$, услед чега се куглице одбијају тако да је угао између нити $\alpha = 60^\circ$. Колика је маса куглица? (20 поена)
3. У плочастом кондензатору искљученом са извора, јачина електричног поља између плоча је E_0 . Кондензатор се потопи до половине у течност диелектричне константе ϵ_r , тако да је површина течности нормална на плоче. Одредити колика је јачина електричног поља између плоча у делу у коме нема диелектрика? (20 поена)
4. Када се крајеви батерије повежу са отпорником електричног отпора $R_1 = 25 \Omega$ јачина струје која протиче кроз батерију је $I_1 = 2 \text{ A}$. Уколико се овај отпорник замени отпорником електричног отпора $R_2 = 55 \Omega$, јачина струје која протиче кроз батерију је $I_2 = 1 \text{ A}$. Одредити јачину струје I_3 која ће протичати кроз батерију када се њени крајеви повежу са отпорником чији је електрични отпор $R_3 = 115 \Omega$. (МФ 101) (20 поена)
5. Тело се креће равномерно успорено са почетном брзином $v_0 = 4 \text{ m/s}$. У шестој секунди кретања тело пређе пут $\Delta s = 2.9 \text{ m}$. Одредити успорење тела. (20 поена)

Потребне константе: $k = 9 \cdot 10^9 \text{ (Nm}^2\text{)/C}^2$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.

Напомена: Сва решења детаљно објаснити!

Задатке припремио: др Срђан Ракић

Рецензент: др Маја Стојановић

Председник комисије: др Надежда Новаковић

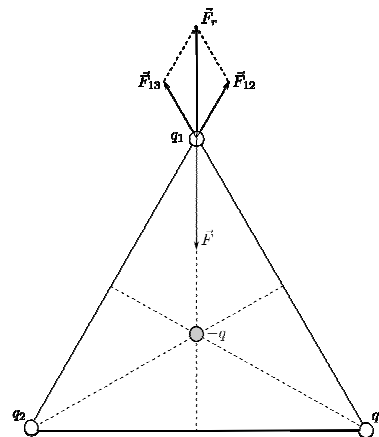
Свим такмичарима желимо успешан рад!

1. Нека је дужина странице троугла a . Силе F_{13} и F_{12} су одбојне (1п), једнаке по интензитету и износе $k \cdot \frac{q_1^2}{a^2}$ (1п).

Резултујућа сила F_r се лако налази на основу сличности троуглова и има вредност $F_r = 2 \cdot k \cdot \frac{q_1^2}{a^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \cdot k \cdot \frac{q_1^2}{a^2}$ (6п).

Привлачна сила F има интензитет $F = 3 \cdot k \cdot \frac{q_1 \cdot q}{a^2}$ (4п) јер растојање између q_1 и q износи $\frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot a$ (2п).

Изједначавањем сила добија се вредност наелектрисања q : $\sqrt{3} \cdot k \cdot \frac{q_1^2}{a^2} = 3 \cdot k \cdot \frac{q_1 \cdot q}{a^2} \Rightarrow q = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot q_1$ (4п). Бројна вредност износи 0.58 nC (2п).



2. Лако се види из сличности троуглова да је однос

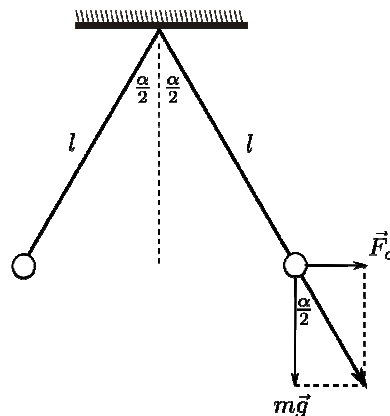
интензитета сила $\frac{mg}{F_c} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot l}{\frac{1}{2} l} = \sqrt{3}$ (8п). Свака куглица је

наелектрисана са по $\frac{q}{2}$ (2п), те је јачина Кулонове силе

$F_c = k \cdot \frac{q^2}{4 \cdot l^2}$ (2п). Маса куглице се лако израчунава као

$m = \frac{\sqrt{3}}{g} \cdot F_c = \frac{\sqrt{3} \cdot k \cdot q^2}{4 \cdot g \cdot l^2}$ (6п). Замена бројних вредности даје

$m = 3.97 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \approx 0.4 \text{ g}$ (2п).



3. Јачина електричног поља код равног кондензатора без диелектрика износи $\frac{U}{d}$ (1п). Пошто је кондензатор искључен од извора, по убацивању диелектрика напон ће се смањити (1п), док ће количина наелектрисања бити једнака првобитној (1п), тако да је $C_1 \cdot U_1 = C_2 \cdot U_2 \Rightarrow U_2 = \frac{C_1}{C_2} \cdot U_1$ (2п). Овакав кондензатор можемо разматрати као паралелну

везу два кондензатора (3п), једног са диелектриком и другог ваздушног. Важи: $C_1 = \epsilon_0 \frac{S}{d}$

(1п), $C_2 = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \frac{S}{2 \cdot d} + \epsilon_0 \frac{S}{2 \cdot d} = \epsilon_0 \frac{S}{2 \cdot d} (\epsilon_r + 1)$ (3п). Нови напон износи

$U_2 = \frac{C_1}{C_2} \cdot U_1 = \frac{2}{\epsilon_r + 1} \cdot U_1$ (4п), а нова јачина електричног поља је $E' = \frac{2}{\epsilon_r + 1} E_0$ (4п).

4. Када се крајеви батерије повежу са отпорником електричног отпора R_1 јачина струје која протиче кроз батерију је одређена Омовим законом, односно: $I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + r}$ (2п), где је r унутрашњи отпор батерије. Одавде следи да је електромоторна сила батерије $\mathcal{E} = I_1(R_1 + r)$ (2п). Аналогно томе, уколико се овај отпорник замени отпорником R_2 , јачина струје је $I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2 + r} \Rightarrow \mathcal{E} = I_2(R_2 + r)$ (4п). Изједначавањем електромоторних сила и сређивањем добија се: $r = \frac{I_2 R_2 - I_1 R_1}{I_1 - I_2}$ (4п). Замена бројних вредности даје $r = 5 \Omega$ (2п). Затим се израчуна вредност електромоторне силе $\mathcal{E} = I_1(R_1 + r) = 60 \text{ V}$ (2п). Када се крајеви батерије повежу са отпорником електричног отпора R_3 јачина струје која протиче кроз батерију је: $I_3 = \frac{\mathcal{E}}{R_3 + r}$ (2п). Заменом бројних вредности добија се $I_3 = 0.5 \text{ A}$ (2п).
5. Пређени пут тела у шестој секунди је у ствари разлика путева које тело пређе за 6s и за 5s, односно $\Delta s = s_{t=6s} - s_{t=5s} = (v_0 t_6 - \frac{at_6^2}{2}) - (v_0 t_5 - \frac{at_5^2}{2})$ (10п). Сређивањем добија се израз за убрзање $a = \frac{2v_0(t_6 - t_5) - 2\Delta s}{t_6^2 - t_5^2}$ (8п). Замена бројних вредности даје $a = 0.2 \text{ m/s}^2$ (2п).