

1. Из места А на обали реке, истовремено крећу моторни чамац и сплав (пловило без погона). Чамац је стигао у место Б (такође на обали исте реке), окренуо се и одмах кренуо назад ка месту А. У повратку, на растојању  $d = 8\text{km}$  од А, срео је исти онај сплав. Ако је растојање између А и Б  $\ell = 24\text{km}$ , одредити брзине чамца и реке. Чамцу је од почетка кретања до сусрета са сплавом било потребно  $t = 4\text{h}$ .
2. Милан је бициклом кренуо у посету деди на село. Најпре се кретао брзином  $v_1 = 14\text{km/h}$ , а кад му је остало да пређе  $d = 18\text{km}$  мање него што је прешао до тада, закључио је да се креће споро, па је брзину повећао на  $v_2 = 21\text{km/h}$ . Кад је стигао, израчунао је да се кретао средњом брзином  $v_{sr} = 16\text{km/h}$ . Израчунати растојање које је Милан прешао.
3. Пут између два града састоји се од узбрдица и низбрдица. Аутобус се уз узбрдице креће брзином  $v_1 = 45\text{km/h}$ , а низ низбрдице брзином  $v_2 = 55\text{km/h}$ . Израчунати растојање између ова два града, ако путовање од једног до другог и назад траје  $t = 90\text{min}$ .
4. Растојање између два села износи  $d = 24\text{km}$ . Из првог села крене пешак према другом селу брзином  $v_1 = 4\text{km/h}$ . Сат времена касније, из другог села према првом, крене бициклиста брзином  $v_2 = 16\text{km/h}$ . Пола сата након сусрета бициклисте и пешака, бициклисти пукне гума на бициклу и он стане да је промени. Нађите растојање између пешака и бициклисте у тренутку заустављања бициклисте и време њиховог сусрета. (М.Ф.92 "О", 6.2)
5. Из места А кренуо је аутомобил. Пола сата касније, из истог места кренуо је други аутомобил и после  $t = 2\text{h}$  сустигао је први аутомобил. Оба настављају кретање без заустављања и после  $t_1 = 1.2\text{h}$  растојање међу њима износи  $d = 24\text{km}$ . Одредити којим су се константним брзинама кретала оба аутомобила.

Сваки задатак носи 20 поена

Задатке припремио: др Мирослав Николић  
Рецензент: др Надежда Новаковић  
Председник комисије: др Надежда Новаковић

Свим такмичарима желимо успешан рад!

1. Из једнакости времена кретања чамца и сплва до сусрета одређујемо однос брзина

$\frac{\ell + \ell - d}{v} = \frac{d}{u}$  [4]. Сређивањем овог израза налазимо  $\frac{v}{u} = \frac{2\ell - d}{d}$  [3], а заменом бројних вредности

добивамо  $v = 5u$  [2]. Време кретања чамца можемо да изразимо као  $\frac{\ell}{v+u} + \frac{\ell-d}{v-u} = t$  [4]. Ако овде

заменимо  $v = 5u$  и средимо, добијамо  $u = \frac{5\ell - 3d}{12t}$  [3], односно  $u = 2\text{km/h}$  [2] и  $v = 10\text{km/h}$  [2].

2. Ако је  $\ell_1$  пут пређен до промене брзине, тада је  $\ell_1 + \ell_1 - d = \ell$  [2], а одавде  $\ell_1 = \frac{\ell + d}{2}$  [3]. На

основу  $\ell_1 + \ell_2 = \ell$ , добијамо  $\ell_2 = \frac{\ell - d}{2}$  [3]. У изразу за средњу брзину  $v_{sr} = \frac{\ell}{\frac{\ell_1}{v_1} + \frac{\ell_2}{v_2}}$  [2] заменимо

$\ell_1$  и  $\ell_2$  и добијамо  $v_{sr} = \frac{2\ell v_1 v_2}{(v_2 + v_1)\ell + d(v_2 - v_1)}$  [4]. Одавде је  $\ell = \frac{v_{sr} d (v_2 - v_1)}{2v_1 v_2 - v_{sr}(v_2 + v_1)}$  [4]. Замена

бројних вредности даје  $\ell = 72\text{km}$  [2].

3. Нека је збир дужина свих узбрдица  $s_1$ , а збир свих низбрдица  $s_2$  (гледано из места А). Међутим, оно што је на путу од А према Б узбрдица, на путу од Б према А је низбрдица. На основу овога

пишемо  $\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} + \frac{s_2}{v_1} + \frac{s_1}{v_2} = t$  [6]. Ако средимо овај израз, добијамо  $\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right)(s_1 + s_2) = t$  [6].

Знајући да је  $s_1 + s_2 = s$  [3], налазимо  $s = \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2} t$  [3] и заменом бројних вредности  $s = 37,1\text{km}$  [2].

4. Пут пешака је  $s_1 = v_1 t$  [2], а бициклисте  $s_2 = v_2 (t - \Delta t)$  [2], где је  $\Delta t = 1\text{h}$ . У тренутку сусрета

$s_1 + s_2 = d$  [2], односно  $d = v_1 t + v_2 (t - \Delta t)$  [3]. Одавде израчунамо време сусрета  $t = \frac{d + v_2 \Delta t}{v_1 + v_2}$  [5],

односно  $t = 2\text{h}$  [2]. Пола сата после сусрета бициклиста је прешао пут  $s'_2 = v_2 t_1 = 8\text{km}$  [1]. За то време пешак је прешао у супротном смеру пут  $s'_1 = v_1 t_1 = 2\text{km}$  [1], јер је  $t_1 = 0,5\text{h}$ . Растојање између њих износи:  $s'_1 + s'_2 = 10\text{km}$  [2].

5. Једнакост путева до сустизања даје релацију  $v_1(t + \Delta t) = v_2 t$  [4]. Ако посматрамо кретање након

сустизања, можемо да пишемо  $d = v_2 t_1 - v_1 t_1$  [4]. Из друге релације нађемо  $v_2 = \frac{d + v_1 t_1}{t_1}$  [4] и

заменимо у прву, која постаје  $v_1 = \frac{dt}{t_1 \Delta t}$  [4]. Замена бројних вредности даје  $v_1 = 80\text{km/h}$  [2] и

$v_2 = 100\text{km/h}$  [2].

Комисији желимо срећан рад и пријатан дан!